

Horváth Péter

Az információtudomány történeti háttére IV.

A sorozatban az információtudomány fogalmait, megjelenésüket és kialakulásukat, összefonódásaikat kívánjuk bemutatni történeti fejlődésük keretében. A kultúrtörténeti tabló felvázolása mellett célunk egy olyan modell bemutatása is, amely egységes keretbe foglalja az információról alkotott képünket. A negyedik részben témánk az ismeretfeldolgozáshoz kapcsolódik: a logika, az algoritmus történeti előzményeit keressük.

Az ismeretek feldolgozásnak több lényeges vonását fedezhettük fel az előző közleményekben. A III. részben az automatikus működés eredetét vizsgáltuk. Neumann János – a már idézett összefoglalójában – felsorolja a megvalósítandó számítógépezet legfontosabb elemeit is [Goldstine, 1987. p. 176]. „Először: Minthogy a berendezés mindenekelőtt számítógép, képesnek kell lennie az aritmetika leggyakrabban előforduló elemi műveleteinek felhasználására. ... Másodszor: A berendezés logikai vezérlését, azaz az általa végrehajtott műveletek sorrendjének megfelelő szabályozását a leghatékonyabban egy központi vezérlőegység végezheti el. Ha egy géptől rugalmasságot várunk, vagyis azt, hogy amennyire csak lehetséges, minden célra alkalmas legyen, akkor különbséget kell tennünk az adott problémára vonatkozó és azt meghatározó speciális utasítások, valamint az általános vezérlést ellátó egységek között, ...” Neumann felismerései közé tartozott az is, hogy a logikai feladatok első részét, a műveleti algoritmusokat az adatokhoz hasonlóan kell tárolni.

A következőkben a logika és az aritmetika fejlődéstörténetének lényegesebb eseményeit vizsgáljuk meg. Megállapíthatjuk, hogy az ember már az archaikus korban gyakorolta a logikát és az aritmetikát anélkül, hogy elemeit tudatosan vizsgálta volna. A szabályszerűségek felismerésére, megfogalmazására kellő számú tapasztalatnak kellett összegyűlnie, megfelelő társadalmi környezetre és hajtóerőre volt szükség. Ez az ókori görög gondolkodásban állt össze, a görögök használták ki mindkét tényezőt, s máig ható érvénnyel rakták le az alapokat.

A deduktív matematika kialakulása és a filozófiával való kapcsolata

Az archaikus korban és a közel-keleti civilizációk idején

- a primitív ember tudatában a józan ész és a mágia természetes módon egybefonódott, mindkét forma a tapasztalaton és a logikus gondolkodáson alapult, és gyakorlatias célokat szolgált;
- a számírással és a gyakorlatot szolgáló aritmetikai műveletekkel a keleti „tudományosság” eljutott az elérhető maximumig.

Ezzel befejeződött egy empirikus szakasz. Bizonyos fogalmak értelme, állítások igazsága már általánosan elfogadottá vált. A kultúrák azonban kölcsönhatnak, és a görögök már tudatosan és szisztematikusan tanulmányozták a babiloni és egyiptomi műveltséget. Ez minőségileg új vonás volt, amivel túllépnek a kognitív teljesítmények két előző fokozatán. Ezután már a gondolkodás és annak eredményi váltak a megismerőtevékenység tárgyává [Klix, 1985].

A sor Thalész munkásságával kezdődött. Az idő a Kr. e. 6. sz. első fele, és az életrajzi elemek még sok legendás elemet tartalmaznak. Arisztotelész, aki *Metafizikájában* sokat ír róla, „úgy beszél Thalesről, mint akinek tanításáról semmi biztosat nem tudhat az ember. (»Thales állítólag azt tanította...«, »úgy látszik, Thales azt a felfogást vallotta«)» [Kallós, 1924. p. 118.]. „Legendája” azonban valami kimagaslót takar. Jelképezi a modern matematika, filozófia és a tudomány megalapozásának körülményeit. A vele kezdődő 9–10 évszázad három alapvető eredménye Klix után [1985. p. 260–275.]:

1. Az összefüggések bizonyíthatóságának elve, amelyet formális struktúrákban (ábrák, geometriai és algebrai kifejezéseken) ismernek fel, próbálnak ki. Az evidencia korábbi szemléletes, empirikus jellege megfordul.
2. A deduktív következtetés elve. A gondolkodás ismert szabályainak alkalmazásával új ismeretekhez lehet jutni. A bizonyítások során is ezt a módszert használják, de a deduktív következ-

telés szabályai általánosabbak: nem formális kijelentésekre, a nyelvi kijelentések igazságaira is vonatkoztathatók.

3. Felismerik: bár az észlelhető jelenségek, a dolgok vagy jelenségek lényege különböző, nem azonos okok váltják ki, nem azonos szándékok vagy célok mozgatják őket. Alapjukul természeti erők szolgálnak, *univerzálisak, elvileg megismerhetők*.

A szimpatetikus mágia (ok-okozat hasonlósága és az átvitel [kényszerítés] alapján) korszaka után a görögök érdeme, hogy *felvetették és vizsgálták* a lét és tudat, a tapasztalat és fogalom viszonyait. A filozófiai ösztönzés is kapcsolódik ehhez: tudatosan közeledni az érzéki valósághoz, megismerni a *tapasztalás és gondolkodás* által. A pusztá érzékelés könnyen megcsalja az embert – véli *Hérakleitosz* a 6. és 5. sz. fordulóján. A deduktív módszer kialakulására erősen hat az eleai filozófiai iskola, amelynek képviselői, *Parmenidész* (Hérakleitosz kortársa) és *Zenon* (Kr. e. 450 körül) élesen szemléletellenesek. Lételméletük idealista, és következetesen alkalmazzák a *formális logikát*, amely a matematika egyedüli eszköze.

A matematika úgy lett deduktív tudománnyá, hogy az eleai iskola hatására a Kr. e. 5. században elterjed az indirekt bizonyítás [Szabó Árpád, 1957., idézi Fényes, 1980. p. 103.], amely az eleai iskola vívmánya lehetett. (Legrégebbi formája Parmenidész tanítókölteményében található.) A folyamat eleje is az eleai filozófusokon nyugszik. Ők fogalmazzák meg a logikai ellentmondásmentesség elvét. Ez az alapja az indirekt bizonyítási eljárásnak, és úgy látszik, csak e bizonyítási eljárás ismerete után jöhetett létre a deduktív matematika. Mindezt a matematikai mellett lélektani és nyelvi szempontok is valószínűsítik.

A matematika implikatív tudomány, igazságait végső soron a „*ha ... akkor*” típusú kijelentések alkotják. Az indirekt bizonyítás elemi formája az $(A \rightarrow B) \rightarrow (NemB \rightarrow NemA)$ logikai azonosságon alapul. Amikor a nyelvben megjelenik – a kimondatlanul már évezredek óta alkalmazott – „*ha ... akkor*” típusú következményes szerkezet, egyidejűleg a mindennapi gondolkodásban is megjelenik az indirekt bizonyítás. (Ha az eső esett, akkor a föld nedves, a föld ugyan lehet nedves más okból is, ezért a fordított állítás nem igaz, de *ha* nem nedves, *akkor* biztosan nem esett az eső.) Az ilyen típusú érvelések, bizonyítások néhány évszázad alatt létrehoztak annyi tényanyagot, hogy Ariszto-

telész megfogalmazhatta a formális logika első összefoglalását.

A logikára többféle meghatározást adhatunk meg. A helyes értelmezés végett induljunk ki abból, hogy a deduktív logika olyan érvelési forma, amely az általánosból von le következtetéseket a speciálisra nézve. Ilyen érvelési rendszert használnak pl. az euklideszi geometriában, és ilyen a deduktív logika legfontosabb reprezentánsa, Arisztotelész szillogizmusokról szóló rendszere (lásd alább). Ellentétben a deduktív logikával az induktív logika olyan érvelési forma, amely a specifikusból von le általános következtetéseket. Az indukció feltételezi, hogy ha egy állítás igaznak bizonyul a vizsgálatok, megfigyelések egy sorozatában, akkor – ha a feltételek változatlanok – igaz lesz az összes további vizsgálat során is. Az indukció a matematikai bizonyítás általánosan használt módszere [McCleary].

A logika fejlődése

„A logika az érvényes következtetés alapelveivel foglalkozik; és bizonyos, hogy az emberek már jóval Arisztotelész kora előtt következtettek, és bírálták mások következtetéseit” [Kneale, 1987. p. 13.]. A logikával foglalkozó első dokumentumok egyike a *Dissoi Logoi* néven ismert töredék, amelynek eredete a Kr. e. 5. és 4. század fordulója tájára tehető. A hamisság és az ellentmondás természetével foglalkozik, és lehet, hogy ez az első dokumentum, amely különbséget tesz egy állítás nyelvi elemei és igazságértéke között [Corley (1), Kneale, 1987. p. 26.]. Platón és Arisztotelész művei, valamint más források is arra utalnak, hogy a helyes következtetés elveit már korábban is tárgyalták.

Platón, bár hiábavalónak tartotta a formális logika művelését önmagáért, mégis részletesen tárgyal néhány, a logika természetével összefüggő kérdést. Miről állítható elsődleges értelemben, hogy igaz vagy hamis? A beszédről, mondatról, illetve a gondolatról, véleményről, elképzelésről. Mi a szükségszerű összefüggés, kapcsolat, amely lehetővé teszi a helyes következtetést? Szerinte a szükségszerű összefüggés az ideák között áll fenn. Mi a meghatározások természete? A meghatározás arról szól, amit a szó jelöl. Amit definiálunk, az a sok egyedi dologban meglévő közös természet [Kneale, 1987. p. 27–33.].

Arisztotelész logikával foglalkozó írásainak legjelentősebb részét tanítványai az *Organon*ban gyűjtötték össze. Ezek közé tartozik a kategóriák elmélete, amelyről Kneale-ék megjegyzik, hogy noha nem elsősorban logikai, mégis jelentős hatást gyakorolt a logikára. Mivel osztályozási elméletnek tekinthető, „amely a létezőket aszerint osztályozza, hogy mi állítható róluk értelmesen” [Kneale, 1987. p. 41.], az információtudomány sem hagyhatja figyelmen kívül. Az *Organon* legjelentősebb része a már említett szillogisztikus logika. Ez a deduktív érvelés egyik formája, amely állítások, ítéletek összekapcsolásával foglalkozik. Arisztotelész az állításokat négy csoportba sorolta, amelyeket a táblázat mutat. Ha **A** és **B** az elemek két osztálya, akkor a következő állításokat adhatjuk meg:

	Univerzális	Partikuláris
Pozitív	Minden A B	Némely A B
Negatív	Egy A sem B	Némely A nem B

A szillogisztikus bizonyítás ezután olyan érvelés, amelyben a konklúzió két vagy több premisszából szükségszerűen következik. Itt a konklúzió terminusait a harmadikhoz, egy középső terminushoz viszonyítjuk. Nincs lehetőség Arisztotelész 14 érvényes változatát bemutatni, példaként mi is az általában idézettet említjük:

Szókratész ember.	1. premissza
Minden ember halandó.	2. premissza
Szókratész halandó.	Konklúzió

Már Arisztotelész kimutatta, hogy ez a szerkezet hasonló az érvelés egy másik típusához, amely ismerősebb:

Ha Szókratész ember, akkor Szókratész halandó.	1. premissza
Szókratész ember.	2. premissza
Szókratész halandó.	Konklúzió

A részletesebb tanulmányozáshoz bő irodalom található [Kneale, 1987. Corley (2), McCall, O'Connor (1)]. William és Martha Kneale munkájából láthatjuk, hogy a logikát a következő évszázadokban is folyamatosan tanulmányozták, de az elemzések többsége Arisztotelész műveire támaszkodott. Amikor a 4. században lehanyatlak az ókori kultúra, majd az 5. század elején a Nyugatrómai Birodalmat előzönlük a barbár törzsek, tehát a klasszikus antikvitás véget ér, Boethius írja

könyveit. Munkássága azért jelentős, mert bár főleg kompilációkat készített görög szerzők műveiből, szövegei tudásforrást jelentettek azoknak, akik újraélesztették az ókori kultúrát. A 9. század elejéig Keleten tovább folyt a görögök által felvetett témák ismételt feldolgozása, majd az arabok folytatták a hagyományt. Mind a logika, mind a többi klasszikus tudomány az ő közvetítésükkel jutott el Európába. A középkor további századaiban Alcuintól Abelardon, Aquinói Tamáson és Roger Baconon keresztül Ockhamig sok-sok nemzedék tudósai kísérelték meg finomítani a logikát. Az eredményt ma már eltérően ítélik meg.

Történetünk szempontjából a sok munkájáról és eredményeiről híres Gottfried Wilhelm Leibniz (esetenként Leibnitz, így sok információkereső rendszer „réme”, 1646–1716) – „aki a valaha élt legnagyobb logikusok közé tartozik” [Kneale, 1987. p. 316.] – mindenképpen megemlítendő. A hannoveri választófejedelem könyvtárosa, tudományos tanácsadója és jogi szakértője hallatlanul sokoldalú, és szintetizálásra – különálló dolgok között felelhető kapcsolatok felismerésére – képes tudós volt. „Az arisztotelészi logika tanulmányozásából leszűrt legtermékenyebb gondolata a formális bizonyítás fogalma volt” [Kneale, 1987. p. 320.]. 1668-ban jelent meg *De Arte Combinatoria* című műve, amelyben kezdeményezte egy szimbólumrendszer és a szimbólumok kombinálási szabályainak kutatását. Számára azonban a kombinatorika többet jelentett a szó mai jelentésénél: az emberi gondolkodás számára akart egy olyan eszközt létrehozni, amellyel a gondolkodást lehet mechanizálni. Ugyanebben a műben fejlesztette ki a bináris jelölési rendszert. Felismerte azt a hasonlóságot, amely fennáll a fogalmak diszjunkciója és konjunkciója, illetve a számok összeadása és szorzása között, de nem tudta megválaszolni, hogy ezt miként lehetne egy logikai kalkulus megalapozására használni. Mégis: „Ő tett elsőként kísérletet egy olyan absztrakt matematika kidolgozására, amely nem speciálisan a térrel vagy a számokkal foglalkozik” [Kneale, 1987. p. 339.]. Ennél azonban még többet is tervezett. Emlékezzünk a Rhind-papirus bevezetőjére, amikor felidézzük egy töredékekben megmaradt, álnéven kiadni kívánt művének címét: Guilielmus Pacidus:

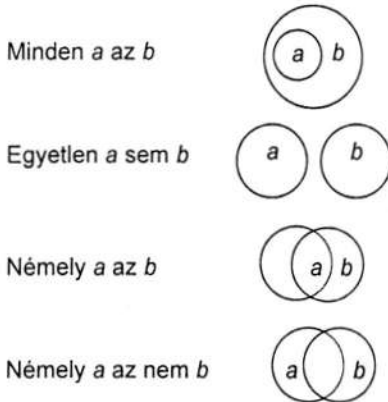
ÉS MÉG TOVÁBBI!

avagy az Általános Tudomány kezdetei és típusai
avagy a tudományok megalapozásáról és gyarapításáról, valamint az elme kiműveléséről

és a dolgok felfedezéséről a közjó érdekében [Idézi Kneale, 1987. p. 327.].

Az emberiségnek valóban vannak örök témái.

A 18. század logikai munkáiból egyet emelünk ki, a nagy matematikus, *Euler* egy írását, amelyben logikai relációkat geometriai analógiákkal mutatott be. Ezek azóta is megkönnyítik a halmazelmélet és a logikai összefüggések megértését, kissé érzékeltetve, hogy az agy szereti a képi megközelítéseket. *Euler* Arisztotelész négy kijelentéstípusát körök különböző relációival illusztrálta a következőképpen [Kneale, 1987. p. 343.]:



Végül *Boole* műve, a *Mathematical analysis of logic* tette a logikát filozófiából matematikává. Noha sokáig nem figyeltek fel munkájára, módszerei váltak a róla elnevezett Boole-algebra alapjává, és mondhatjuk, ez az alapja a modern digitális számítógépeknek is. Az algebrát tekintette modellnek. A 19. század közepén az algebra természetéről folytatott szakmai vitából azt a következtetést vont le, hogy lehetséges olyan algebra, amelynek objektumai nem számok a megszokott értelemben, és egy ilyen algebrában minden, a különböző számkörökben érvényes törvényt meg lehet tartani [Kneale, 1987. p. 392.].

Matematikai rendszerének több értelmezése lehetséges. Az első értelmezés szerint bizonyos betűk (pl. x és y) objektumok osztályaira utalhatnak. Ekkor az $=$ szimbólum kitétele ezek közé azt jelzi, hogy az illető osztályoknak ugyanazon objektumok az elemei. Ha az egyenlőség nem áll fenn, akkor is lehetnek az osztályoknak közös elemei, amelyek egy szűkebb osztályt képeznek, amely a xy összetett kifejezéssel jelölhető. A megkülönböztethető osztályok között a két szélső esetet érdemes külön jelölni. A minden dolgot tartalmazó univerzális osztályt 1 -gyel, és az egy elemet sem tartalmazó üres osztályt 0 -val. Ez azért szerencsés, mert így megtarthatók az algebrai formalizmusban ismerős kifejezések: $1x = x$ és $0x = 0$. Jegyezzük meg, hogy az univerzális osztály minden korlát nélküli használata problémákat okoz, ezért

De Morgan után tárgyalási univerzumnak, az adott kontextusban szóba jöhető összes elemnek kell tekinteni az 1 -et. Értelmezhető az $x+y$ összetett kifejezés is, azon dolgok osztályának jelölésére, amelyek vagy az x osztályhoz, vagy az y osztályhoz tartoznak (vagy – értelmezés dolga, és *Boole* nem így értelmezte – mindkettőhöz).

A további részletekre ki nem térve, ebben az értelmezésben a következő alapformulák érvényesek:

1. $xy = yx$
2. $x + y = y + x$
3. $x(y + z) = xy + xz$
4. $x(y - z) = xy - xz$
5. Ha $x = y$, akkor $xz = yz$
6. Ha $x = y$, akkor $x + z = y + z$
7. Ha $x = y$, akkor $x - z = y - z$

Eddig a numerikus algebra formuláit láthatjuk. Az eltérést a következő szabály jelenti:

8. $x(1-x) = 0$,
azaz a komplement osztályoknak nincsen közös elemük.

Boole azt mondja, hogy ha x lehetséges értékeire nézve korlátozást írunk elő, akkor még ez a formula is megegyezik a hagyományos algebra szabályaival, és ez egy másik értelmezéshez vezet. „Képzeld el egy olyan algebrát, amelyben az x , y , z stb. betűk tetszőlegesen felvehetik a 0 és az 1 értékeket, de csak ezeket. Egy ilyen algebra törvényei, axiómái és eljárásai teljes egészükben azonosak a logika algebrájának törvényeivel, axiómáival és eljárásaival. Csak az értelmezés tesz közöttük különbséget. A következő munka ezen az elven alapul” [Boole, 1854. p. 37–38., idézi Kneale, 1987. p. 398. Lásd még: Goldstine, 1987. p. 43–45.]. Tehát a megszorítás:

9. Vagy $x = 1$, vagy $x = 0$.

Boole további értelmezése az, hogy az $x = 1$ egyenlet jelentése az, hogy az X kijelentés igaz, míg az $x = 0$ egyenlet jelentse azt, hogy X hamis; így a kijelentések igazságértéke fejezhető ki. Az osztálylogikai értelmezésből kifejezhető a valószínűségelmélet matematikai apparátusa is.

Boole nyomán több nevet is meg kell említenünk. Egyrészt *A. De Morgan*-t, aki *Boole*-lal párhuzamosan foglalkozott a formális logika problémáival, és *J. Venn*-t, aki a szimbolikus logikáról írt művében bemutatja az osztályok (kijelentések, halmazok) kombinált igazságértékeinek egymást keresztező síkidomokkal való ábrázolását, részletesebben, mint ahogy *Euler* korábban elképzelte.

A logika 20. századi történetére vissza kell térnünk, azonban néhány megjegyzés és név ide kívánczik. „Valamikor régen a logika és a matematika két külön dolog volt. Akkor aztán George Boole rájött, hogyan lehet a logikát a matematika részévé tenni” – írja Reuben Hersh, majd így folytatja: „Russel épp az ellenkezőjét állította – hogy a matematika semmi más, mint a logika. A paradoxonok azonban elfogadhatatlanná tették ezt a gondolatot” [2000. p. 148–149.]. Közöttük nevezetes Gottlob Frege, mert „a modern logika megszületését attól az időtől számítjuk, hogy Frege bevezette a kvantorokat” [Hersh, 2000. p. 149.]. Fogalomírás című művében használja először a fordított E betűvel jelölt 'létezik', és a feje tetejére állított A betűvel jelölt 'minden' szimbólumokat. Ő vezette be az igazságértékek táblázatba rendezését. Másik művében, Az aritmetika alapjaiban Frege megkísérelte a logikán belül felépíteni az aritmetikát. Munkájával olyan folyamatot indított el, amely jelentős hatást gyakorolt az informatika, az információtudomány és a megismeréstudomány mai állapotára is.

Boole matematikai módszerei jól mechanizálhatók, ezért nem meglepő, hogy viszonylag hamar, 1869-ben Jevons elkészített egy olyan mechanikus – pénztárgépre hasonlító – eszközt, amelyen a logikai elemeket beállítva a különböző logikai kombinációk megjeleníthetők voltak. Alig 15 év múlva, 1885-ben Marquand már elektromos változatát is bemutatja. Jóval később történt, mégis itt szólnunk róla: bár Claude Elwood Shannon nevét általában az információelmélet révén ismerik, a szakmabeliek tudják, hogy azért is a számítógép- és kommunikációs korszak „atyjai” között tarthatjuk számon, mert 1936-ban írt doktori disszertációjában leírta a Boole-algebra és a (telefonos) kapcsoló áramkörök közötti hasonlóságot. Miként a Boole-algebra kétértékű bináris algebra, úgy egy kapcsoló áramkör zárt, illetve nyitott állapotai megfelelnek a logikai 1 és 0 értékeknek. A hasonlóság megteremtette az összetett kapcsoló áramkörök tervezésének és elemzésének matematikai alapjait.

Aritmetika, algebra, algoritmus

Az algoritmus meghatározása röviden: pontos szabály vagy szabályok halmaza, amely specifikálja, miként oldjunk meg valamilyen problémát (<http://www.dictionary.com>); kissé másképp fogalmazva: lépésenkénti problémamegoldó eljárás (akciósorozat), speciálisan egy kidolgozott, rekurzív számítási eljárás egy probléma megoldására véges számú lépésben.

Kissé formalizáltabban is megadhatjuk (<http://hopper.unco.edu/course/CS101/cs-alg-defn.html>): az algoritmus az utasítások véges halmaza, amellyel egy speciális feladat végrehajtható. Minden algoritmusnak ki kell elégítenie a következő kritériumokat:

1. Bemenet: Kívülről megadott nulla vagy több mennyiség.
2. Kimenet: Legalább egy mennyiséget kell előállítania.
3. Meghatározottság: Minden utasítás világos és egyértelmű legyen.
4. Végesség: Ha követjük az algoritmus utasításait, akkor az algoritmus minden esetben véges számú lépés után befejeződik.
5. Hatékonyság: Minden utasításnak elég alapvetőnek kell lennie ahhoz, hogy végrehajtható legyen, speciálisan egy olyan ember által, akinek csak papírja és írószere van. Tehát nem elég, hogy minden művelet meghatározott legyen, végre is kell tudni hajtani.

A számolási műveletek leírását már ókori emlékeken is megtalálhatjuk. Például a Rhind-papíruson több feladat is található a kiszámítás módjának leírásával. Az algebráról az első tanulmányt alexandriai Diophantos írta a 3. században, de ebben inkább számelméleti problémákkal foglalkozik, és műve, az *Arithmetica* évszázadokra eltűnik. Az algebra név a 9. században alkotó Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi könyvének címéből (*ilm al-jabr wa'l-mukabala* – a hiányzó részek helyreállítása, és a hasonló egyenlővé tétele a hasonlóval) ered, miként a szerző neve az *algoritmus* szavunkban maradt reánk. E műben vezette be a számítási műveletek leírását az abakusz használata helyett, valamint a helyértékrendszert, és – a hindu matematikából átvéve – elsőként alkalmazza a nullát a helyérték jelölésére. Könyve nagy része olyan gyakorlati számításokkal foglalkozik – lineáris és másodfokú egyenletek megoldása –, amelyek az akkori iszlám világban fontosak voltak. Nem használt szimbólumokat, miként azt a mai algebrában teszik, ehelyett lépésenként leírja a számítás menetét, tehát algoritmust ad.

A természetes számok leírása teszi érthetővé az absztrakció új szintjét, amelyet al-Khwarizmi elért: „Amikor átgondoltam, hogy mit akarnak az emberek, amikor valamit kiszámítanak, azt találtam, hogy az mindig egy szám. Azt is megfigyeltem, hogy minden szám egységekből tevődik össze, és hogy bármely szám egységekre osztható fel. Ezenfelül azt találtam, hogy minden egy és tíz

közé eső szám a megelőzőt egy egységgel haladja meg; ezután a tíz is megkétszereződik vagy megháromszorozódik, éppen úgy, mint előbb az egységek, így jön létre a húsz, a harminc stb. százig; ... és így tovább a számozás legfelső határáig" [O'Connor (2)].

A bizonyításaiban használt geometriai módszerek és az, hogy az *Elemek* két fordításban is létezett a *Bölcsesség Házában*, a munka görög gyökereire utal, de gyakorlati módszerei közel állnak a *Mishnat ha Middot* Kr. e. 150 tájáról származó héber szövegéhez, így ez a hatás sem zárható ki, miként a babilóniai és a hindu vonal sem [Parshall].

A Keleten járó turisták korábban maguk is meggyőződhetek arról, hogy az abakusszal gyorsan lehet számolni. Nem csoda, hogy az abakusz és az algoritmus használóinak harca évszázadokig tartott a középkorban, és a változások csak lassan érték be. Al-Khwarizmi könyve a 12. sz. közepén jutott el Európába, már arab számjegyekkel írva, de előnyeit csak a 13. században ismerték fel. 1202-ben készült *Fibonacci* neve alatt *Leonardo Pisano Liber Abaci* című könyve, egy nagy összefoglaló a korabeli matematikai ismeretekről.

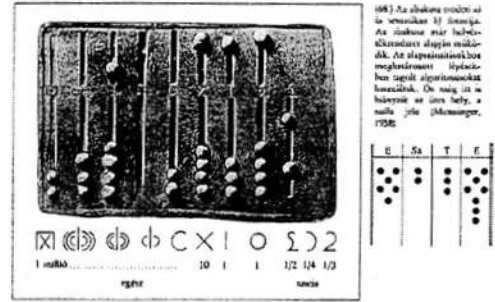
A számítási módszerek mellett a csillagászati modellek és számítóeszközök is fejlődtek a középkorban. A 15. század első felében élt al-Kassi mohamedán csillagász és matematikus, aki többek között trigonometriai számításokkal, közelítő módszerek kidolgozásával foglalkozott; elsőként használt tizedesvesszőt, és tizenhat tizedesjegy pontossággal kiszámította a π értékét.

A 16. században jelentős vita folyt az algebra al-Khwarizmi megalapozta arab vonala és az újonnan felfedezett *Diophantos*-féle megközelítés hívei között. *Cardano* a század közepén *Ars magna* című művében elismeri az algebra adósságát az arab világnak. A század végén *Vieta* és *Bombelli* már a görög hagyományokhoz való visszatérést sürgeti az algebra arab eredetű megrontásával szembeállítva [Parshall, 1995].

Az aritmetika mechanizálása, automatizálása

Az elemi műveletek elvégzését – mint láttuk – nagymértékben megkövetelte a kereskedelem, de az archaikus ember sem nélkülözhetette első méréseinek feldolgozása során. Ennek első eszközei a

számolókövek, amelyek mozgatásához egy idő múlva tálcát is készíthettek, amelynek mélyedései megkönnyítették az összeadási és kivonási műveleteket. A korai abakusz már ennek alapján készült, amikor a helyérték és az átvitel műveletét meg kellett oldani (1. ábra. Menningertől idézi Klix, 1985. p. 257.).



1. ábra

Az előtörténethez tartoznak az ókori planetáriumok megtalált töredékei, különösképpen az iráni asztronómus, al-Kassi csillagászati számítási segéd-eszközei. *Lullus* logikai gépéről már korábban szoltunk. A tényleges aritmetikai kalkulátorok sora azonban a 17. században kezdődik. *Wilhelm Schickard* *Kepler*hez írt leveleiből kiderül, hogy a csillagászat, matematika és héber nyelv tübingeni professzora 1623-ban egy olyan gépet épített, „amely az összeadás és a kivonás műveletét teljesen, a szorzást és osztást pedig részben automatizálta” [Goldstine, 1987. p. 19.]. Gépeiből nem maradt fenn példány, de később tervei alapján építettek működő modelleket. Ezekből az évekből származnak az első logarlécek is.

A technikatörténet felsorol még néhány kezdeti számológéptípust. *Blaise Pascal*, akinek zsenialitása sok tudományterületen megmutatkozott, 1642–44 között épít egy kis összeadó és kivonó gépet köztisztviselő apja számítási munkáját segítőként. Harminc évvel később *Leibniz* egészítette ki *Pascal* gépét szorzó-osztó egységgel, amit az angol és francia tudományos élet is érdeklődéssel fogadott. Amellett, hogy ez a gép sok további fejlesztés modelljévé vált, *Leibniz* rátapintott lényegre, amikor megfogalmazta a sokak által idézett mondatot: „Kiváló emberekhez valóban nem méltó, hogy rabszolga módra órákat veszttegessenek el olyan számítások elvégzésével, amelyeket bárkire nyugodtan rá lehetne bízni, ha gépet használna” [Goldstine, 1987. p. 21.]. Egy közleményében a gondolat születését is leírta: „Amikor néhány évvel ezelőtt első ízben megláttam egy készüléket,

amely egy gyalogosra erősítve automatikusan rögzíti a lépések számát, azonnal arra gondoltam, hogy az egész aritmetikát hasonló gépezettel lehetne elvégezni, úgy, hogy nemcsak a leszámolás, hanem az összeadás és kivonás, a szorzás és az osztás is elvégezhető lenne egy alkalmasan felépített géppel, könnyen, azonnal és biztos eredménnyel. Ekkor Pascal számológóbozát még nem ismertem" [Angol fordítását közli Smith, p. 173., idézi: <http://mathpages.com/home/kmath335.htm>].

A 18–19. században épített számítógépek a technológiai problémák miatt megbízhatatlanok voltak, ezért inkább kuriózumnak, mint számítást megkönnyítő eszköznek számítottak. Az első nagyobb sorozatban gyártott számológép de Colmar *Arithromètre* nevű eszköze volt, amelyet az 1820-at követő fél évszázadban összesen 1500 példányban gyártottak [Breuer, 1995. p. 21.]. A mechanikus számológépek hosszú ideig kitarítottak, egészen az elektronikus kalkulátorok megjelenéséig a múlt század hatvanas éveiben.

A számítástechnika régmúltjának legnagyobb elvi eredménye Charles Babbage angol matematikus nevéhez fűződik, aki 1791-ben született. Az ipari forradalom évtizedeiben Anglia nemcsak a világ ipari központja, de tudományos, szellemi élete is pezsgésben van. Tudományos társaságok alakulnak. Ezekben találkozhatnak olyan tudósok, mint Herschell, Davy, Faraday. Babbage a Királyi Csillagászati Társaság egyik alapítója, és ő kapja a társaság első aranyérmét a matematikai táblázatok gépi számításáról írt dolgozatáért. Egy évszázada már, hogy a matematikusok tevékenységének egyik fontos elemévé vált a különböző számtáblázatok elkészítése. Ezek lehetnek szögfüggvények, logaritmusok és más függvénytáblázatok, amelyek az elméleti fizika és csillagászat egyre bonyolultabb számításaihoz voltak szükségesek, vagy a megfigyelések és kísérletek adatait rögzítették, elemezték, egészítették ki. A kiszámított táblázatokban a tapasztalatok szerint sok volt a „tudományos segéderők” által elkövetett hiba. Ez rendkívül bosszantotta Babbage-t, aki megkísérelte az embert a nem tévedő géppel helyettesíteni. 1828-ban készítette el ún. differenciagépet, amely egy maximum hatodfokú polinom – $a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+gx^6$ alakú kifejezés – kiszámítását tudta elvégezni. A gép működése egy ismert tényen alapult. A polinom értéke a független változó különböző egész számú értékei mellett egy számsorozatot alkot, amelynek képezhetjük a differenciasorozatot, azaz az egymás melletti tagok különbségeiből álló sorozatot, majd a következő-

ket. n -ed fokú polinom esetén az n . differenciasorozat azonos értékekből áll. Ez lehetőséget nyújt arra, hogy bármely polinomértéket az előzőekből szorzások nélkül összeadásokkal számítsunk ki (lásd 1. táblázat).

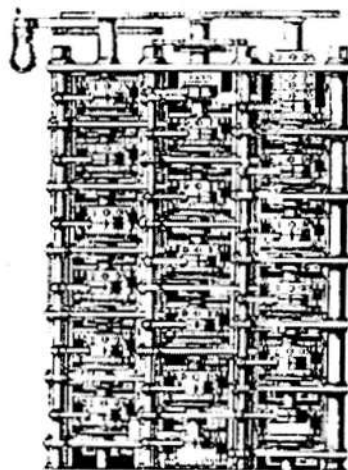
1. táblázat

x	x^3+2x^2+3x+2	$d1$	$d2$	$d3$
0	2	–	–	–
1	8	6	–	–
2	24	16	10	–
3	56	32	16	6
4	110	54	22	6
5	192	82	28	6

$$308 = 192 + 82 + 28 + 6$$

(Az x^3+2x^2+3x+2 polinom értéke és differenciasorozatai $n = 0...5$ esetén. $n = 6$ esetén a polinom értékét az előző sorozattagok összegezésével számíthatjuk ki.)

A polinomszámítások jelentősége abban áll, amint azt Karl W. T. Weierstrass német professzor, a 19. század egyik legkiválóbb matematikusa néhány évtizeddel később bebizonyította, hogy bármely folytonos függvény egy adott intervallumon tetszőleges mértékben megközelíthető polinommal. Ezt a tételt feltételezhetően már sejtették korábban is. 1823-ban Babbage kormánytámogatást is kapott a tervezett gép megépítésére, mert úgy ítélték meg, hogy a gép hasznos lehet különböző tenge-részeti táblázatok elkészítésénél. Azonban nem mérte fel a feladat nagyságát, és az első modell után a végső gépet nem tudta elkészíteni. Egy későbbi modell látható a 2. ábrán.



2. ábra

1833-ban abba is hagyta a munkát, viszont ekkor kezdett el dolgozni analitikus gépének ötletén, amelyet több évtizeden át, 1891-ben bekövetkezett haláláig folytatott. Itt érkeztünk el a számítástechnika és a Jacquard-féle szövőgép közötti kapcsolathoz. Babbage-nak ugyanis Jacquard szövési programkártyái adták az ötletet: ha a szövési algoritmus így tárolható, akkor miért ne lehetne a számítási algoritmusokat is kártyára lyukasztani. Leírása szerint az analitikus gép két részből áll: egyrészt a tárolóból, ahol a változókat és a számítás eredményeit kell elhelyezni, másrészt a „malom”-ból, amelybe mindig azokat a mennyiségeket viszszük be, amelyen a kívánt műveletet kell elvégezni. Mivel minden számítás valamilyen algebrai műveletsorból áll, amelyeket betűkön kell végrehajtani, majd a konkrét számértékeket hozzárendelni, ezért két kártyacsomag készítené: az egyik a végrehajtandó műveleteket tartalmazza, a másik a konkrét változókat. Ha egyszer a műveleti kártyacsomag elkészült, akkor a számítás bármikor, más változó értékekkel ismét elvégezhető.

A kívülről betáplált algoritmus vagy program vezérlésével működő univerzális számítógép elvének kidolgozásával Babbage a számítógép egyik szülőatyjának tekinthető. Érdeklődése rendkívül széles körű volt. Olyan témákkal is foglalkozott, mint a vasúti kocsikra szerelhető dinamométer, elemezte a brit posta működését, és könyvet írt *A manufaktúrák gazdaságossága és a gépek* címmel. Hazája és Nyugat-Európa értelmiségi köreihez tartozott, mégis rendhagyó viselkedésű szellem volt. Úgy volt professzor Cambridge-ben, Newton egykori tanszékén, hogy 12 év alatt nem költözött be az egyetemre, és nem is tanított. A rendszeres munka sem volt erős oldala, mert halála után semmilyen megépített gép nem maradt utána. A gyakorlatot tekintve Jacquard maradandóbbat alkotott.

Babbage és számológépei történetéhez hozzátartozik, hogy pályafutásában fontos szerepet játszott Ada Byron, a későbbi Lady Lovelace. A fiatal lány, aki De Morgantól tanult algebrát, megértette Babbage elképzeléseit, és annak egy Torinóban tartott előadás-sorozatáról írt beszámolójához hosszú jegyzeteket írt. Kiváló írása sok adalékkal szolgál Babbage elképzeléseiről, és arról tanúskodik, hogy Ada Byron közel járt a szoftver gondolatának felismeréséhez.

Irodalom

- BOOLE, George: An investigation of the laws of thought, on which are founded the mathematical theory of logic and probabilities. London, 1854.
- BREUER, Hans: Informatika (SH Atlasz). Springer, Budapest, 1995.
- CORLEY, Jason (1): Logic before logic.* <http://chronic.lpl.arizona.edu/~corley/hologic/early.html>
(2): Aristotle: The Big Think.* <http://chronic.lpl.arizona.edu/~corley/hologic/aris1.html>
- FÉNYES Imre: A fizika eredete. Kossuth, Budapest, 1980.
- FREGE, Gottlob: Az aritmetika alapjai. Áron, Budapest, 1999.
- GOLDSTINE, H. H.: A számítógép Pascaltól Neumanig. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
- HERSH, Reuben: A matematika természete. Typotex, 2000.
- KALLÓS Ede: Rejtett tudás. = Görög élet és műveltség. Athenaeum, Budapest, 1924.
- KELLEY, L.-ROSS, Ph. D.: Aristotelian Syllogisms. <http://www.friesian.com/aristotl.htm>
- KLIX, Friedhart: Az ébredő gondolkodás. Az emberi intelligencia fejlődéstörténete. Gondolat, Budapest, 1985.
- KNEALE, William és Martha: A logika fejlődése. Gondolat, Budapest, 1987.
- McCLEARY: Philosophy of science – logic definitions. <http://mrrc.bio.uci.edu/se10/logicdef.html>
- O'CONNOR, John-ROBERTSON, Edmund (1): Aristotle. = The MacTutor History of Mathematics archive. <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Aristotle.html>
(2): Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi. = The MacTutor History of Mathematics archive. <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Al-Khwarizmi.html>
- PARSHALL, Karen H.: The art of algebra from al-Khwarizmi to Viete: a study in the natural selection of ideas. 1995. <http://www.lib.virginia.edu/science/parshall/algebra.html>
- SMITH, D. E.: A source book in mathematics. Dover.
- SZABÓ Árpád: Hogyan lett a matematika deduktív tudománnyá? = Matematikai Lapok, 8. köt. 1957. p.8–36., 232–247.

* Az idézett címek 2001. június 5-én nem voltak elérhetőek.